16 MAGGIO 2024
ESERCITAZIONE 10
STEFANO RADRIZZANI

ARGOMENTI: → DIAGRAMMI DI BODE

ESERCIZIO 1

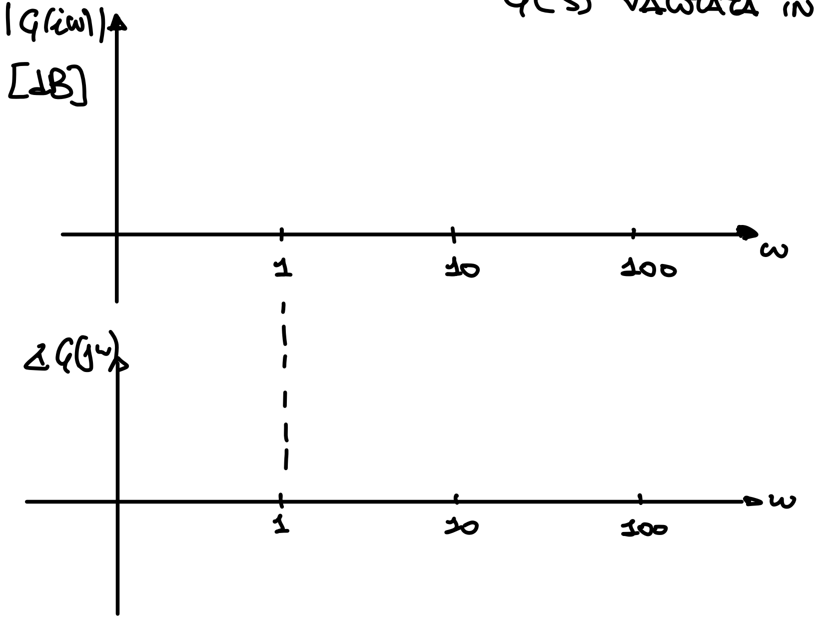
$$G(s) = \frac{20s}{(1+10s)(2+s)(1+s)}$$

1) TRACCIARE I DIAGRAMMI DI BODE DELLA F.D.T. $G(s)$

DIAGRAMMA DEL MODULO E

DIAGRAMMA DELLA FASE DI

$G(s)$ VALUTATA IN $G(i\omega)$



- RISCRIVO LA F.D.T. IN FORMA DI BODE

$$G(s) = \frac{20\,s}{(1+10s)(s+2)(s+1)}$$

$$G(s) = \frac{10\,s}{(1+10s)(\frac{1}{2}s+1)(s+1)}$$

FORMA STANDARD DI BODE

- STUDIO LA F.D.T.

GUADAGNO : $G(0) = 0$

ZERI : $s=0$ (ZERO NELL'ORIGINE)

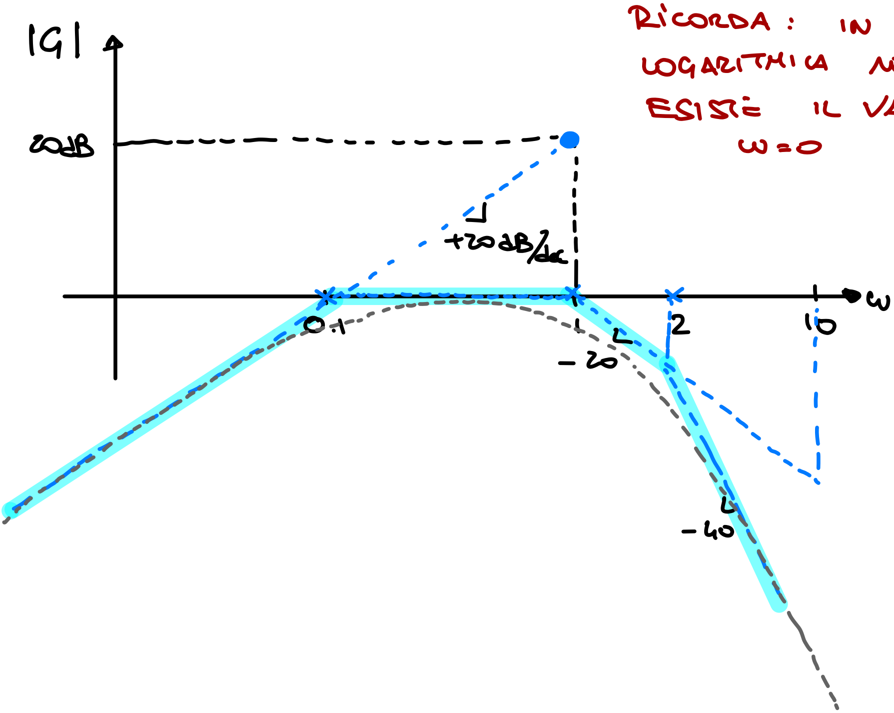
POLI : $s=-0.1$, $s=-2$, $s=-1$

1 ZERO NELL'ORIGINE POSSO CALCOLARE IL GUADAGNO GENERALIZZATO

$\mu_G = 10$

$\hookrightarrow$ G VALUTATA IN ZERO RIMUOVENDO POLI/ZERI NELL'ORIGINE

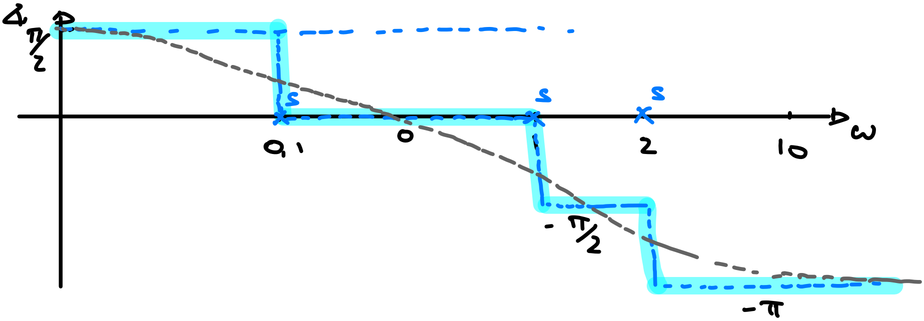
RICORDA: IN SCALA LOGARITMICA NON ESISTE IL VALORE $\omega = 0$



$$G(s) = 10s \;\Big|\; \frac{1}{(1+10s)\left(\frac{1}{2}s+1\right)(s+1)}$$

$$|G(i\omega)| = |G(i)| = |10i| = 10$$

$\Rightarrow$ TRASFORMIAMO 10 IN dB



2) SI DICA COME SI COMPORTA A REGIME IL SISTEMA QUANDO $u(t) = -5 + 20\cos(t)$

1) VERIFICO CHE IL SISTEMA SIA A.S. ESTERNAMENTE

OK IL SISTEMA E' A.S. ESTERNAMENTE

$$u(t) = -5 + 20\cos(t)$$

NEI SISTEMI LTI → DESCRITTI DA F.D.T. VALE PRINCIPIO DI SOVRAPPOSIZIONE DEGLI EFFETTI

$$u(t) = u_1(t) + u_2(t)$$

$$u_1(t) = -5 \quad \text{e} \quad u_2(t) = 20\cos(t)$$

PER $u_1(t)$ APPLICO TEOREMA VALORE FINALE

$$y_1(\infty) = \lim_{s \to 0} s Y_1(s) = G(0)[-5] = 0$$

PER $u_2(t)$ APPLICO IL TEOREMA DELLA RISPOSTA IN FREQUENZA

$\omega = 1$

$$y_2(t) = 20\,|G(i\omega)| \cos(\omega t + \measuredangle G(i\omega))$$

$\Rightarrow$ DETERMINO $|G(i1)|$ E $\measuredangle G(i1)$

1) USO I DIAGRAMMI APPROSSIMATI

<u>MA</u> COMMETTEREI UN ERRORE SE

ω È VICINO A SINGOLARITÀ

2) USO I DIAGRAMMI "REALI"

<u>MA</u> COMMETTEREI UN ERRORE

SE ω È VICINO A PIÙ SINGOLARITÀ

3) CALCOLO ANALITICO

CON METODO 1) $|G(i)| = 0\,dB = 1$

2) $|G(i)| = -3\,dB \approx 0{,}7$

3) CALCOLO $|G(i)| = \left| \dfrac{10i}{(1+10i)(\frac{1}{2}i+1)(i+1)} \right|$

$$|G(i)| = \frac{|10i|}{|1+10i|\,|\frac{1}{2}i+1|\,|i+1|}$$

$$|G(i)| = \frac{10}{\sqrt{1+100}\,\sqrt{1+\frac{1}{4}}\,\sqrt{1+1}} = \frac{10}{\sqrt{101}\,\sqrt{\frac{5}{4}}\,\sqrt{2}} = 0.63$$

$$1 \longrightarrow 0.7 \longrightarrow 0.63$$

VALORE ESATTO

LA STESSA COSA VALE PER LA FASE

$$\measuredangle G(i) = \measuredangle 10i - \measuredangle(1+10i) - \measuredangle\left(1+\frac{1}{2}i\right) - \measuredangle(1+i)$$

$$\simeq -\frac{5}{12}\pi$$

$$y(t) = \overset{=0}{\cancel{y_1(t)}} + y_2(t)$$

$$= \boxed{20 \cdot 0.63 \cos\left(t - \frac{5}{12}\pi\right) = y(t)}$$

A REGIME

ESERCIZIO 2

$$G(s) = \frac{10\,(s+0.1)}{s\,(s^2+s+100)}$$

1) TRACCIARE I DIAGRAMMI DI BODE

$G(0) \rightarrow \infty$

POLI : $s = 0$, $s^2 + s + 100 = 0$

$$\Downarrow$$

$$s_{1/2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1-400}}{2}$$

$\Rightarrow$ POLI COMPLESSI

ZERI : $s = -0.1$

$\Rightarrow$ STANDARDIZZO LA F.D.T.

$$G(s) = \frac{10}{s}\; 0.1\,(s10+1)\;\cdot$$

FORMA STANDARD PER POLI COMPLESSI $\leftarrow$ $\dfrac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$

$$G(s) = \frac{1}{s}(10s+1)\frac{100}{s^2+s+100}\frac{1}{100}$$

$$\boxed{G(s) = \frac{1}{100}\frac{1}{s}(10s+1)\frac{100}{s^2+s+100}}$$

$\Rightarrow$ CALCOLO FREQUENZA E SMORZAMENTO DEI POLI

$$s^2 + s + 100$$

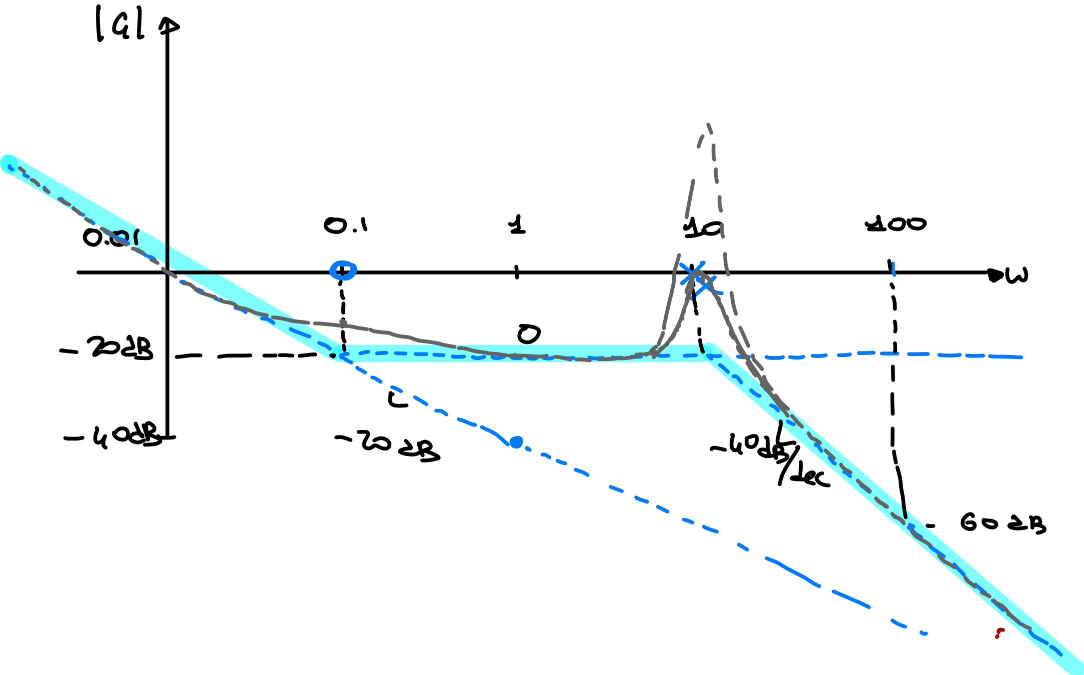
$$= s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2$$

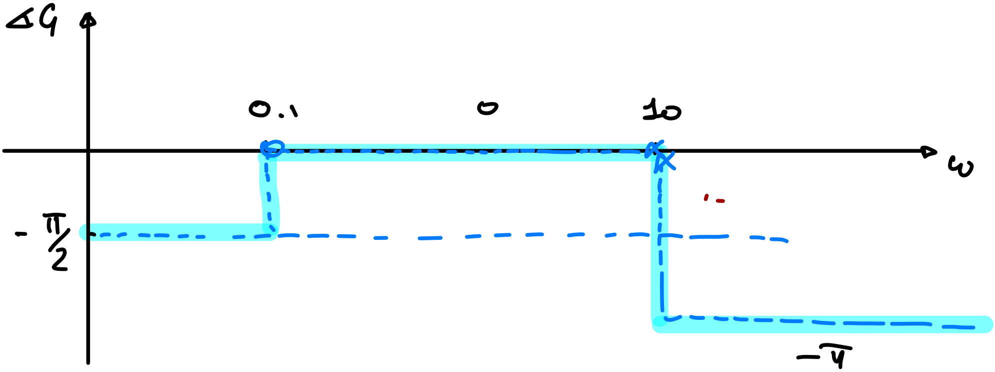
$$\Rightarrow \omega_n = 10$$

$$2\xi\omega_n = 2\xi 10 = 1$$

$$\Rightarrow \xi = \frac{1}{20}$$

POCO SMORZATI


|G|
0.01
0.1
1
10
100
ω
-20dB
0
-40dB
-20dB
-40dB/dec
-60dB


∡G
0.1
0
10
ω
-π/2
-π

2) CALCOLARE LA RISPOSTA A REGIME QUANDO $u = 2\sin(10t)$

SICCOME $\omega = 10$ ⇒ VICINO AI POLI COMPLESSI

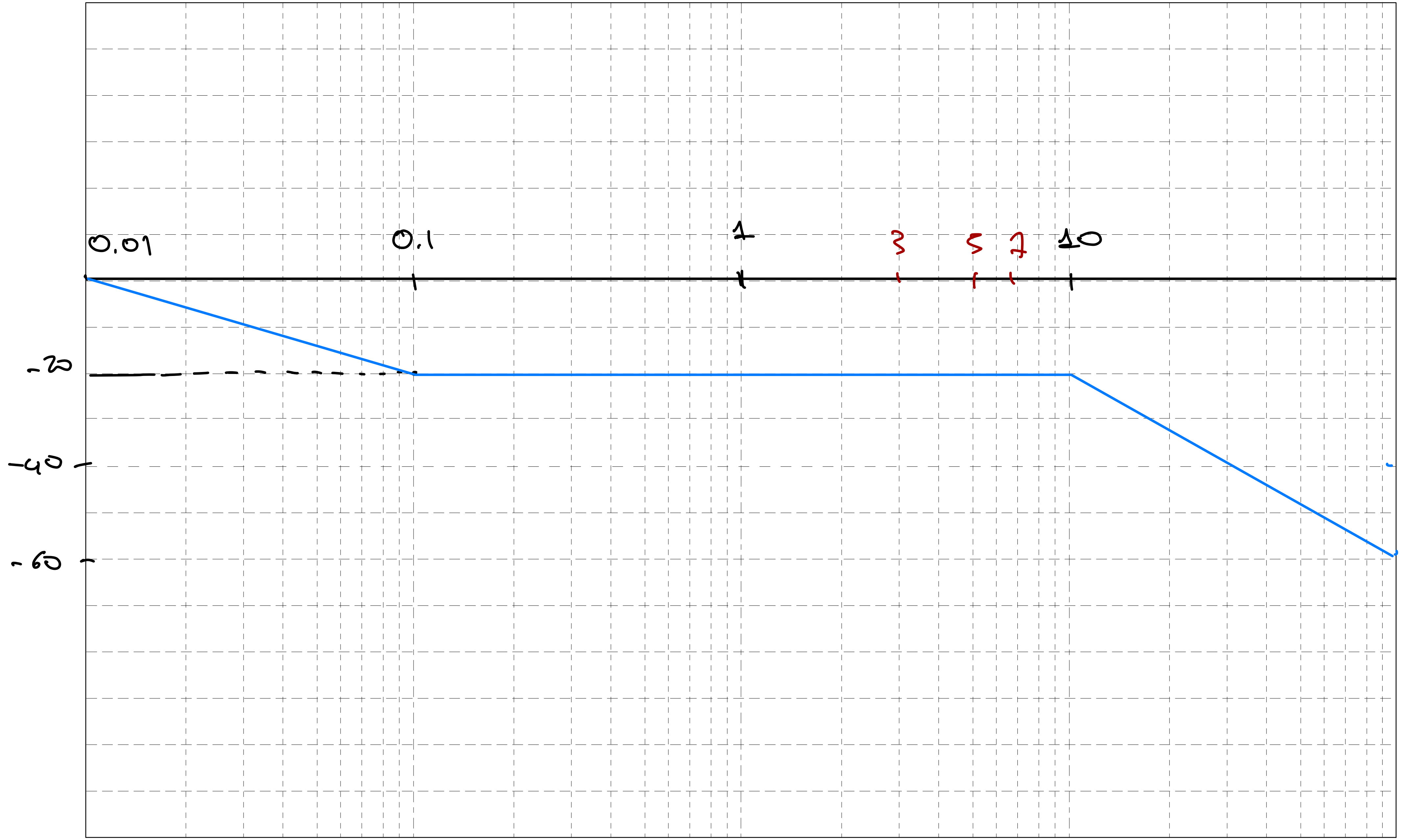
⇒ METODO ANALITICO

$$|G(i10)| = \left| \frac{1}{\cancel{100}} \cdot \frac{1}{i10} (100i+1) \frac{\cancel{100}}{\cancel{(i10)^2} + i(10) + \cancel{100}} \right|$$

$$|G(i10)| = \frac{1}{|i10|} \frac{\sqrt{100^2+1}}{} \cdot \frac{1}{|i10|} =$$

$$= \frac{100}{10 \cdot 10} \simeq 1 \quad (= 0\,dB)$$

$$\boxed{y(t) = 2\sin(10t + \measuredangle G(i10))}$$


0.01
0.1
1
3
5
7
10
-20
-40
-60