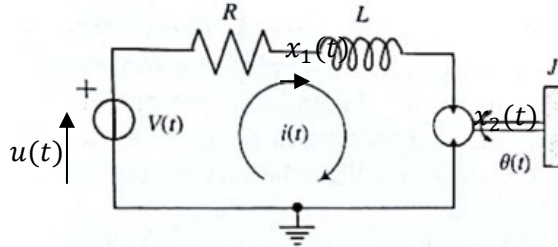


Laboratorio Matlab – Fondamenti di Automatica

Controllo della velocità di rotazione dell'albero id un motore elettrico – Tracce per le soluzioni

Indichiamo con $u(t)$ la tensione applicata al circuito (in Volt [V]), con $x_1(t)$ la corrente che attraversa il circuito (in Ampere [A]) e con $x_2(t)$ la velocità dell'albero motore (in [rad/s]). Sia $y(t)$ la variabile di uscita da controllare (in giri/min) e $v(t)$ la velocità del vento che genera una coppia di attrito sull'albero motore (disturbo).



Indicando con

- $hx_2(t)$ la forza elettromotrice indotta generata nel circuito dalla rotazione dell'albero motore
- q il coefficiente di attrito dell'albero motore
- $hx_1(t)$ la coppia impressa sul motore dal circuito
- $kv(t)$ la coppia di attrito generata sull'albero motore dalla raffica di vento

le equazioni di stato e di uscita che caratterizzano il circuito sono:

$$\dot{x}_1(t) = \frac{1}{L}[u(t) - Rx_1(t) - hx_2(t)]$$

$$\dot{x}_2(t) = \frac{1}{J}[-qx_2(t) + hx_1(t) - kv(t)]$$

$$y(t) = \frac{60}{2\pi}x_2(t)$$

Le matrici e i vettori che definiscono il sistema sono:

$$A = \begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix} \quad b_u = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix} \quad b_v = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix} \quad c = \begin{bmatrix} \end{bmatrix} \quad d =$$

Il sistema è asintoticamente stabile, dato che $tr(A) = \underline{\hspace{2cm}}$ e $det(A) = \underline{\hspace{2cm}}$.

CONTROLLO IN ANELLO APERTO

Fissato \bar{u} , il sistema ammette un unico stato di equilibrio \bar{x} verso cui tende.

I valori dei parametri sono i seguenti:

$$R = 48 \text{ m}\Omega$$

$$q = 8.7 \cdot 10^{-5} \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1}$$

$$L = 750 \text{ mH}$$

$$h = 9.1 \cdot 10^{-3} \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1}$$

$$J = 8.37 \cdot 10^{-7} \text{ kg m}^2$$

$$k = 0.2 \cdot 10^{-3} \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1}$$

- definire i parametri e le matrici A, b_u, b_v, c e d
- calcolare stato e uscita di equilibrio corrispondente a $\bar{u} = 1$ e $\bar{v} = 0$

$$\bar{x} = -A^{-1}b_u\bar{u} \quad \bar{y} = c\bar{x} + d\bar{u}$$

In assenza di disturbo, il valore di equilibrio dell'uscita (valutato per $\bar{u} = 1V$) è $\bar{y} \sim \underline{\hspace{2cm}}$ giri/min.

Il valore ottenuto per la velocità di rotazione dell'albero motore per unità di voltaggio applicato è quindi in linea con le specifiche del motore elettrico (fornite dal suo produttore).

Volendo quindi portare la velocità dell'albero motore $y(t)$ a una velocità di rotazione desiderata \bar{w} , essendo $\bar{y} = G(0)\bar{u}$, basterà fissare il segnale di ingresso al valore $\bar{u} = \frac{\bar{w}}{G(0)}$.

Mostra quanto trovato attraverso una simulazione (assenza disturbo):

- comando `ss2tf` per definire il numeratore e il denominatore della funzione di trasferimento G da u a y
- comando `tf` per definire G
- definire w pari a 1000 e ricavare u (comando `dcgain`)
- simulare il sistema (comando `step`)

L'uscita tende a w . Tuttavia, il tempo necessario per portare a regime il sistema è troppo elevato: circa ____ secondi

- comandi `eig`, `max` per determinare il tempo di risposta

Se sull'elica applicata all'albero motore agisse, come disturbo $v(t)$, una raffica di vento (di intensità non nota), sull'albero motore agirebbe una coppia di attrito $kv(t)$.

Con disturbo costante \bar{v} , l'uscita di regime diventerebbe pari a $\bar{y} = G(0)\bar{u} + G_v(0)\bar{v}$ dove $G(s)$ è la funzione di trasferimento da u a y e $G_v(s)$ è _____. Pertanto, in assenza di controllo, il sistema ritroverebbe in uscita _____.

Verifichiamo ciò via simulazione, sottoponendo nella simulazione precedente il sistema a una raffica di vento costante, cioè a un disturbo v costante pari, per esempio, a 100.

- comando `ss2tf` per definire il numeratore e il denominatore della funzione di trasferimento G_v da v a y
- comando `tf` per definire G_v
- definire v pari a 100
- simulare il sistema (comando `u*step(_____)`) (l'uscita del sistema è ora la somma di due contributi, quello dovuto a w e quello dovuto a v).

La velocità di rotazione a regime dell'albero motore è ora differente da quella desiderata (risente del disturbo)

- utilizzare il comando `dcgain` per ottenere $\bar{y} = G(0)\bar{u} + G_v(0)\bar{v}$

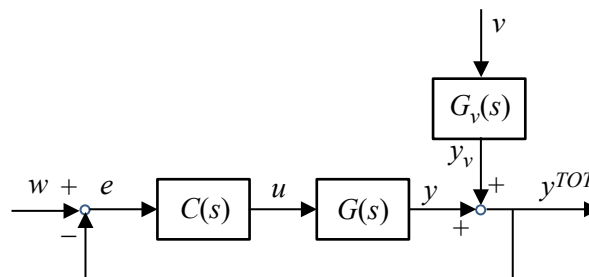
Ovviamente il tempo di risposta (dipendente dalla sola matrice di stato A) _____.

CONTROLLO IN ANELLO CHIUSO

Per portare la velocità di rotazione dell'albero motore a un valore desiderato in un tempo pari a circa un secondo, annullando l'effetto di eventuali raffiche di vento presenti in volo, utilizziamo un controllore ad azione proporzionale-integrale (PI)

$$C(s) = \frac{\mu}{s}(s + 2)$$

caratterizzante il seguente schema di controllo in anello chiuso



Le funzioni di trasferimento sono:

$$L(s) = C(s)G(s) = \frac{\mu}{s}(s+2)G(s)$$

$$Y(s) = \text{_____} W(s) + \text{_____} V(s)$$

$$F_{wy}(s) = \text{_____} \quad \text{f. di t. da } w \text{ a } y$$

$$F_{vy}(s) = \text{_____} \quad \text{f. di t. da } v \text{ a } y$$

$$E(s) = \text{_____} W(s) - \text{_____} V(s)$$

Così facendo, la funzione di trasferimento di anello $L(s)$ avrà un polo nell'origine e il sistema di controllo (se asintoticamente stabile) annullerà a regime _____, portando l'uscita y al _____.

NOTA: la presenza dello zero negativo in $C(s)$, farà aumentare la fase di $L(i\omega)$, favorendo così la asintotica stabilità del sistema di controllo (φ_c "alto" $\rightarrow \varphi_m = 180^\circ - |\varphi_c| > 0 \rightarrow$ asintotica stabilità)

Volendo per il sistema di controllo un tempo di risposta $T_R = \frac{5}{\omega_c} = 0.5s$, la pulsazione critica del sistema di controllo dovrà essere pari a $\omega_c = \text{_____} = \text{_____} \text{ rad/s}$.

Valutiamo pulsazione critica e stabilità del sistema di controllo per $\mu = 1$

- definire μ , C (comando `tf`) e L ($L=C*G$)
- usare il comando `margin` per i diagrammi di Bode di L , la pulsazione critica e il margine di fase

$\omega_c = \text{_____} \text{ rad/s} \rightarrow$ va diminuita!

$\varphi_m = \text{_____} \rightarrow$ il sistema di controllo è _____ (per il criterio di Bode)

Dato che $|L(10i)| = \text{_____}$ (il comando `[mod, fase]=bode(_____)` sulla funzione L , per $\omega = 10$, restituisce il valore di $|L(10i)|$ in grandezza naturale), affinché la pulsazione critica sia pari a 10, occorre _____ μ per tale valore (il diagramma del modulo si abbassa così che la pulsazione critica possa diminuire mentre il diagramma della fase resta inalterato).

- definire i nuovi valori μ , C e L
- usare il comando `margin` per i diagrammi di Bode di L , la pulsazione critica e il margine di fase

Ora

$\omega_c = \text{_____} \text{ rad/s} \rightarrow$ la specifica sul tempo di risposta è soddisfatta

$\varphi_m = \text{_____} \rightarrow$ il sistema di controllo è _____ (per il criterio di Bode)

Simuliamo ora il sistema di controllo per portare l'albero motore da fermo a velocità di rotazione a 1000 giri/min, in assenza disturbo e presenza di disturbo.

\rightarrow assenza di disturbo

- comando `step` sulla funzione di trasferimento da w a y

\rightarrow presenza di disturbo

- somma dei comandi `step` sulle funzioni di trasferimento da w a y e da v a y .

In entrambi i casi la velocità di rotazione dell'albero motore tende _____; in particolare, quindi, il sistema di controllo è in grado di azzerare a regime l'effetto della raffica di vento sulla velocità di rotazione.

NOTA: In assenza di disturbo, il valore di regime viene effettivamente raggiunto in circa _____ s.

Tuttavia, in presenza di disturbo, il tempo necessario affinché ciò avvenga resta pari al tempo di risposta del sistema (troppo elevato rispetto alla specifica richiesta).

Ciò è dovuto al fatto che i poli della funzione di trasferimento dal disturbo v all'uscita y

$$F_{vy}(s) = \frac{G_v(s)}{1 + L(s)}$$

sono dati dalle radici di $1 + L(s) = 0$ e dai poli di $G_v(s)$.

L'equazione $1 + L(s) = 0$ ha radice di modulo massimo in $\omega_c = 10$ (è il polo dominante del sistema di controllo) mentre i poli di $G_v(s)$ sono in

roots(DENV)

-102.6568
-1.3498

Pertanto $F_{vy}(s)$ ha polo dominante circa in -1.35 (era il polo dominante del sistema in assenza di controllo) a cui consegue un tempo di risposta circa pari a $-\frac{5}{-1.35} = 3.7$ s.