Un sistema elettrico è sottoposto a prove per ricavarne la funzione di trasferimento. Le prove consistono nell'applicare una tensione di ingresso $v_{in}(t)$ e nel rilevare la corrispondente tensione d'uscita $v_{out}(t)$.

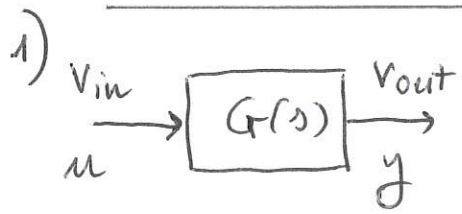
- Prova statica: applicando uno scalino $v_{in}(t) = \bar{v}\mathrm{sca}(t)$, l'uscita $v_{out}(t)$ tende al valore di regime $10\bar{v}$ qualunque sia il valore $\bar{v}$.
- Prova in regime sinusoidale: applicando ingressi sinusoidali di ampiezza unitaria ed aventi varie pulsazioni ω (cioè $v_{in}(t) = \sin(\omega t)$), si sono rilevate l'ampiezza e lo sfasamento dell'uscita a transitorio esaurito ($v_{out}(t) = V\sin(\omega t + \varphi)$):

ω	0.01	10	1000	10 000
V	10	100	10	1
φ	0°	-180°	-270°	-270°

1. Determinare una funzione di trasferimento tra tensione d'ingresso e tensione d'uscita compatibile con i risultati delle prove.
2. Determinare qualitativamente la risposta allo scalino del sistema, discutendo in particolare il tempo di risposta.

---

1)

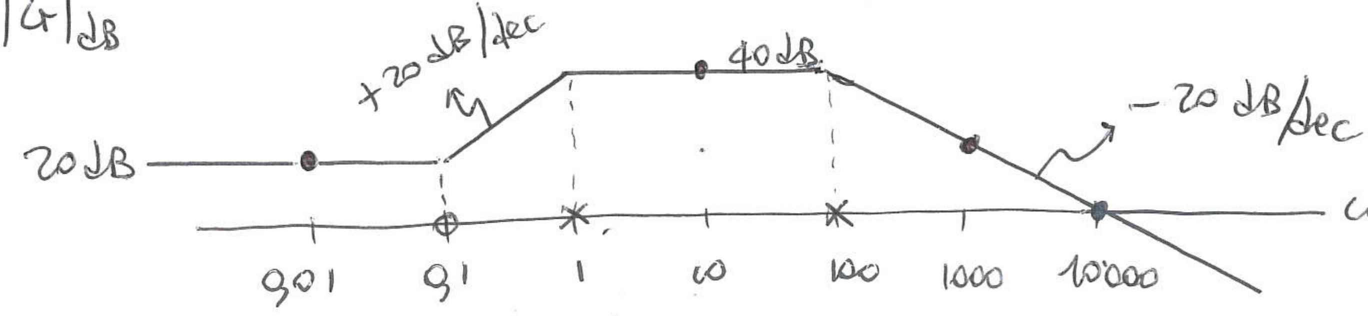


$$\bar{u} = \bar{v} \rightarrow \bar{y} = 10\bar{v} = G(0)\bar{v} \Rightarrow G(0) = 10$$

$$V = |G(i\omega)| \cdot 1 \Rightarrow$$

ω	0,01	10	1000	10'000
$\lvert G(i\omega)\rvert$	10	100	10	1
$\angle G(i\omega)$	0	$-\pi$	$-3/2\,\pi$	$-3/2\,\pi$
$\lvert G(i\omega)\rvert_{dB}$	20	40	20	0

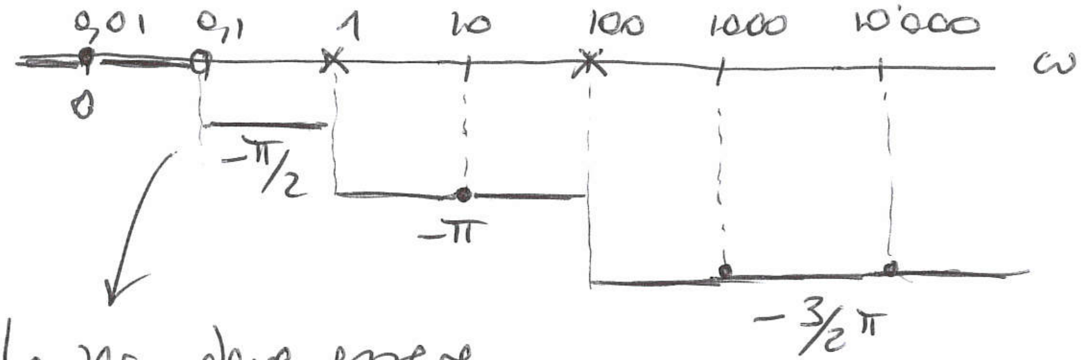
$|G|_{dB}$



• = misure o = zero in 0,1 x = poli in 1 e 100

$$G(s) = \frac{10\,(1 \pm 10s)}{(1+s)(1+0{,}01s)}$$

Per determinare la stabilità dello zero, studio $\measuredangle G$



Lo zero deve essere instabile

$$G(s) = \frac{10\,(1 - 10s)}{(1+s)(1+0{,}01s)}$$

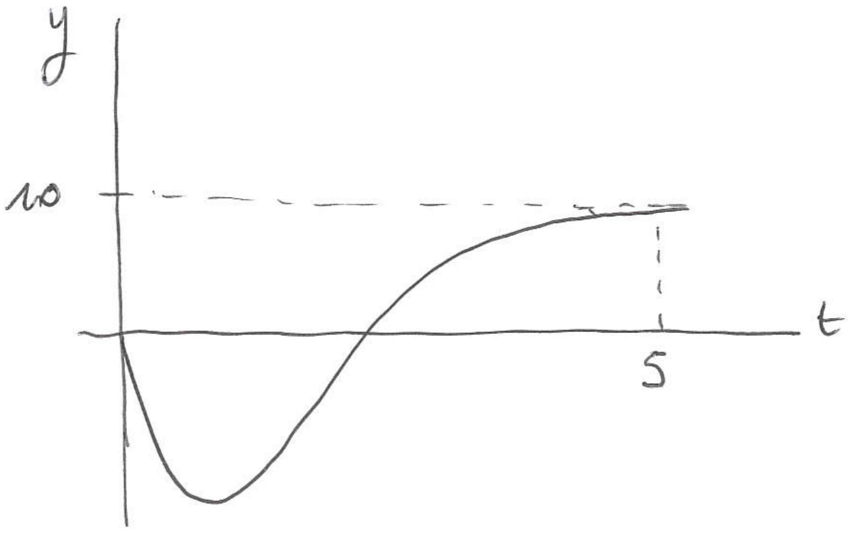
2) $p_1 = -1 \quad p_2 = -100 \ \rightarrow$ E.S.

$p_D = -1 \quad T_R = 5$

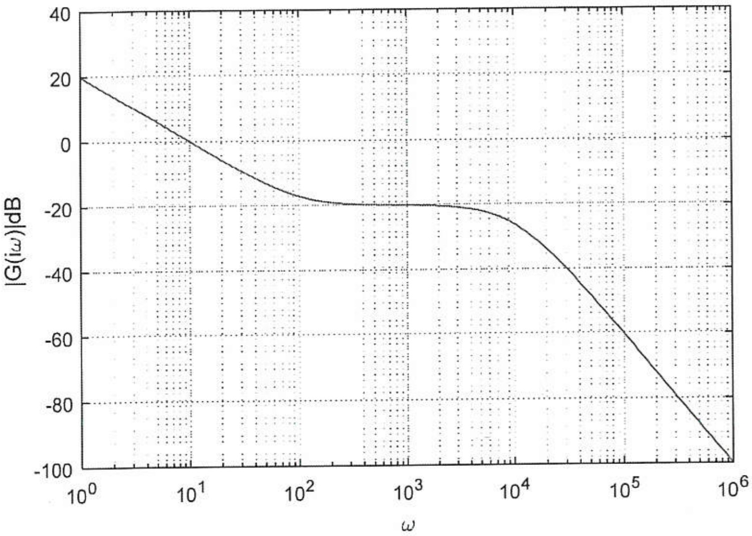
$y_\infty = G(0) = 10$

$r = 1 \quad y(0) = 0 \quad \dot{y}(0) = -\frac{100}{0{,}01} < 0$

$m_s = 1 \quad \sigma = 0 \ \rightarrow \ N = 1$



Mediante esperimenti condotti applicando a un sistema segnali sinusoidali a varie frequenze, si è ricavato il seguente diagramma di Bode del modulo

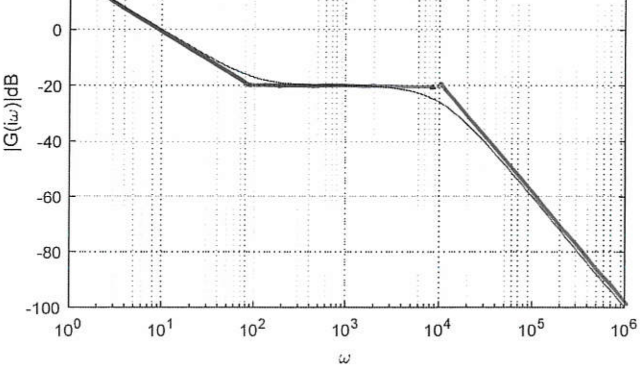


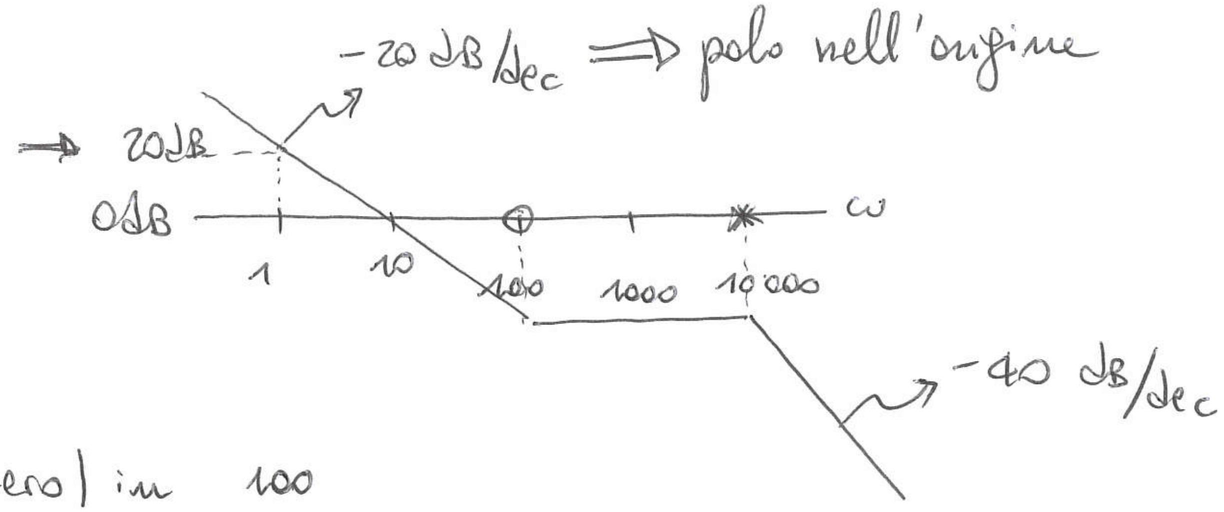
Si è inoltre rilevato che lo sfasamento introdotto dal sistema tende a $-\pi/2$ per $\omega \to 0$ e tende a $-\pi$ per $\omega \to +\infty$.

a) Determinare una funzione di trasferimento compatibile con i risultati degli esperimenti sopra riportati.

b) Determinare (qualitativamente) la risposta all'impulso del sistema, discutendo anche il tempo di risposta e l'eventuale presenza di oscillazioni.

Dal diagramma di Bode esatto ricavo il diagramma approssimato





|zero| in 100

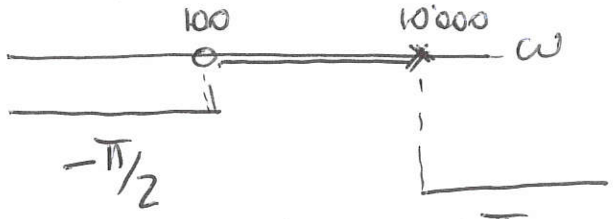
|poli| in 10^4 → sono 2.

$\mu_{dB} = 20\ dB \rightarrow \mu = 10$

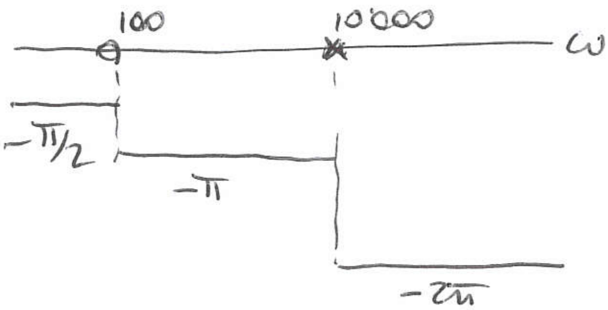
$$G(s) = \frac{10\,(1 \pm 10^{-2}s)}{s\,(1+10^{-4}s)^2}$$

$\measuredangle G$

zero stabile



zero instabile



OK: lo zero deve essere stabile

$$\Rightarrow G(s) = \frac{10}{s}\,\frac{1+10^{-2}s}{(1+10^{-4}s)^2} = \frac{1}{s}\cdot\underbrace{\frac{10\,(1+10^{-2}s)}{(1+10^{-4}s)^2}}_{\tilde{G}}$$

Risposta all'impulso di G = Risposta a scalino di $\tilde{G}$

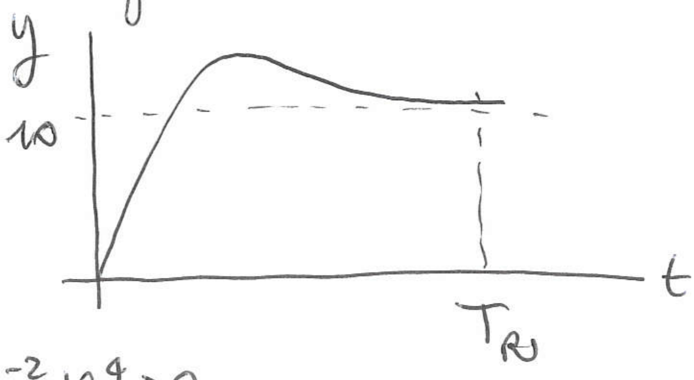
$p_D = -10^4 \quad T_R = 5\cdot 10^{-4}$

$p_i \in \mathbb{R} \rightarrow \nexists$ oscill

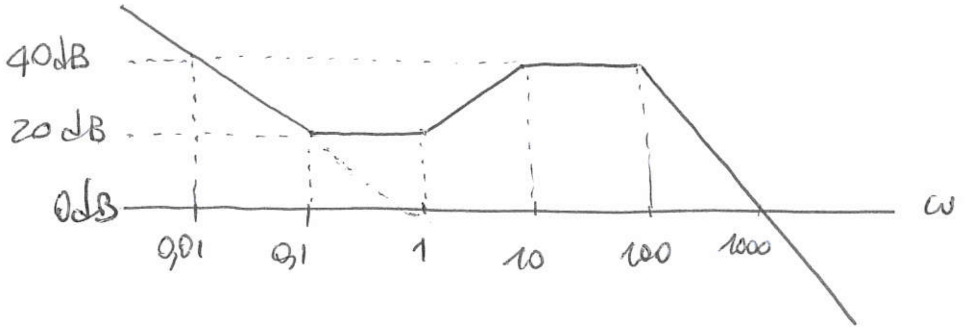
$y_\infty = \tilde{G}(0) = 10$

$m_s = 1 \quad \sigma = 0 \rightarrow N = 1$

$r = 1 \rightarrow y(0) = 0 \quad \dot{y}(0) = 10 \cdot 10^{-2} \cdot 10^4 > 0$



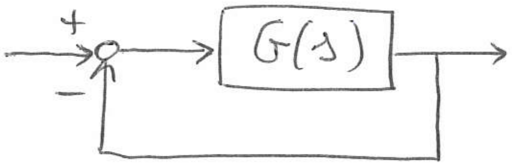
Mediante prove sperimentali su un sistema, si è ricavato il diagramma di Bode del modulo riportato in figura.
Si è inoltre rilevato che lo sfasamento introdotto tende a -2π quando $\omega \to \infty$.



a) Determinare una funzione di trasferimento $G(s)$ compatibile con le prove sperimentali

b) Determinare qualitativamente e rappresentare graficamente la risposta all'impulso del sistema.

c) Discutere la stabilità del sistema rappresentato in figura



---

a) Alle basse frequenze:

- pendenza $= -20\ \mathrm{dB/dec} \to$ polo nell'origine
- $\omega = 1 \to \mu_{dB} = 0\ \mathrm{dB} \to \mu = 1$ supponiamo, ad esempio,

|zeri| in 0,1 e 1

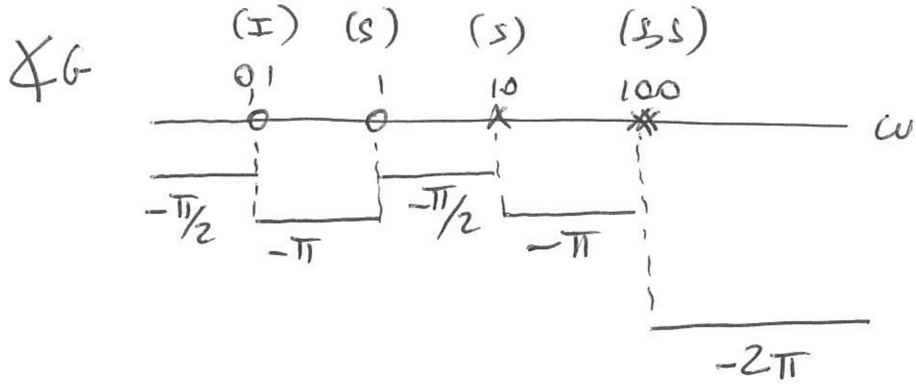
|poli| in 10, $\underbrace{100, 100}$

per $\omega > 100$ la pendenza è $-40\ \mathrm{dB/dec}$

$\Rightarrow$ in 100 ho 2 poli

$$G(s) = \frac{1}{s} \cdot \frac{(1 \pm s)(1 \pm 10s)}{(1+0,1s)(1+0,01s)^2}$$

$\measuredangle G$



→ compatibile con $\varphi \to -2\pi$, $\omega \to \infty$

$$\Rightarrow G(s) = \frac{1}{s} \frac{(1-10s)(1+s)}{(1+0,1s)(1+0,01s)^2} = \frac{1}{s}\tilde{G}$$

b) Risposta a impulso di G = Risposta a scalino di $\tilde{G}$

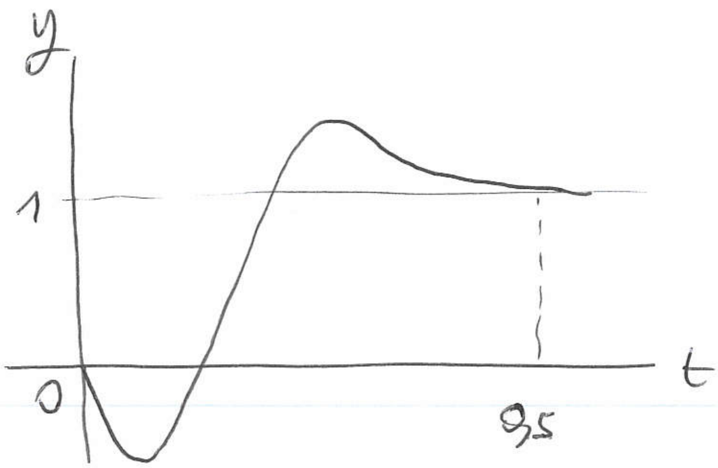
$p_1 = -10 \quad p_2 = -100 \to$ ES

$p_i \in \mathbb{R} \to \nexists$ osc

$p_D = -10 \quad T_R = \frac{5}{10} = 0,5$

$r = 1 \to y(0) = 0 \quad \dot{y}(0) < 0$

$m_s = 2 \quad \delta = 0 \to N = 2$



$y_\infty = \tilde{G}(0) = 1$

c) Schema di controllo con $G = L$

Ne studio la stabilità con il criterio di Bode (applicabile perché $|L|_{dB} \cap ! \; 0dB$ e L non ha poli a $Re>0$)

- ω_c è / $|L(i\omega_c)| = 1 \rightarrow |L(i\omega_c)|_{dB} = 0\,dB$

  $\Rightarrow \omega_c = 1000$

- $\varphi_c = \measuredangle L(i\omega_c) = \measuredangle L(1000\, i) \cong -2\pi$

  $\varphi_m = \pi - |\varphi_c| = \pi - |-2\pi| = -\pi$

Poiché $\varphi_m < 0$ $\rightarrow$ il sistema di controllo è instabile