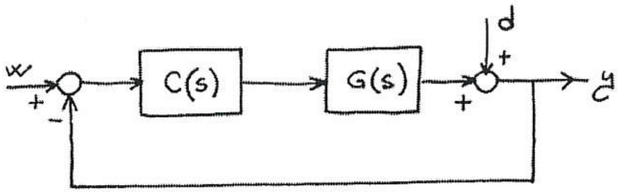
Si consideri il sistema di controllo in figura, in cui

$$C(s) = \mu \qquad\qquad G(s) = \frac{1000}{(1+s)(1+10s)(1+100s)}$$

a) Determinare un valore del coefficiente μ che renda il sistema di controllo asintoticamente stabile, con margine di fase pari a circa 45°.

Utilizzando il valore di μ ricavato al punto a):

b) Determinare l'errore a regime dovuto al riferimento w costante.
c) Determinare (anche in modo approssimato) la banda passante e il tempo di risposta del sistema di controllo.
d) Determinare (anche in modo approssimato) l'errore a regime dovuto al disturbo $d(t) = 5\sin(10t)$.



---

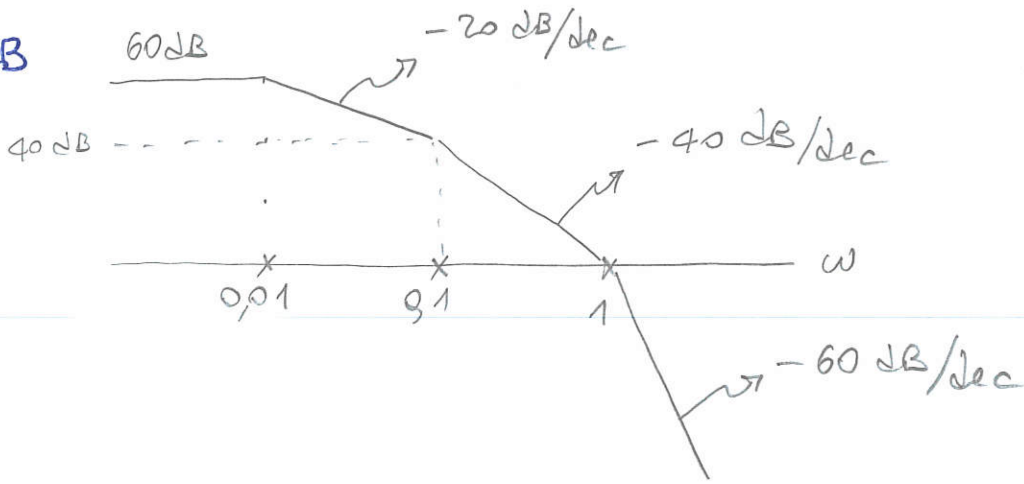
a) Per $\mu = 1$ si ha: $\qquad\qquad L = C \cdot G$

$$L(s) = \frac{1000}{(1+s)(1+10s)(1+100s)}$$

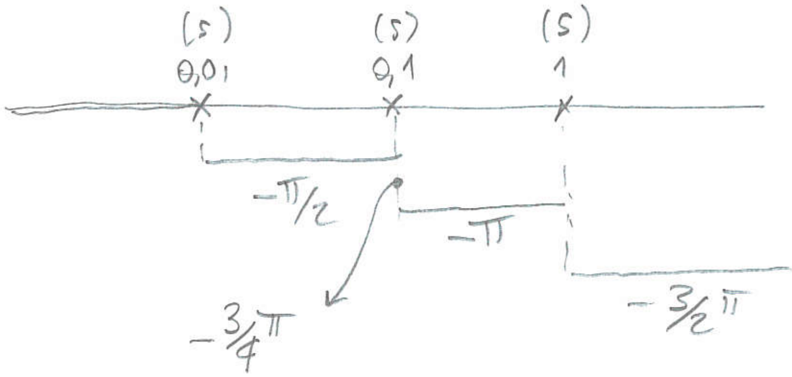
$\mu = 1000 \rightarrow \mu_{dB} = 60\ dB$

|poli| in 0,01 ; 0,1 ; 1 → stabili

$|L|_{dB}$



$\measuredangle L$

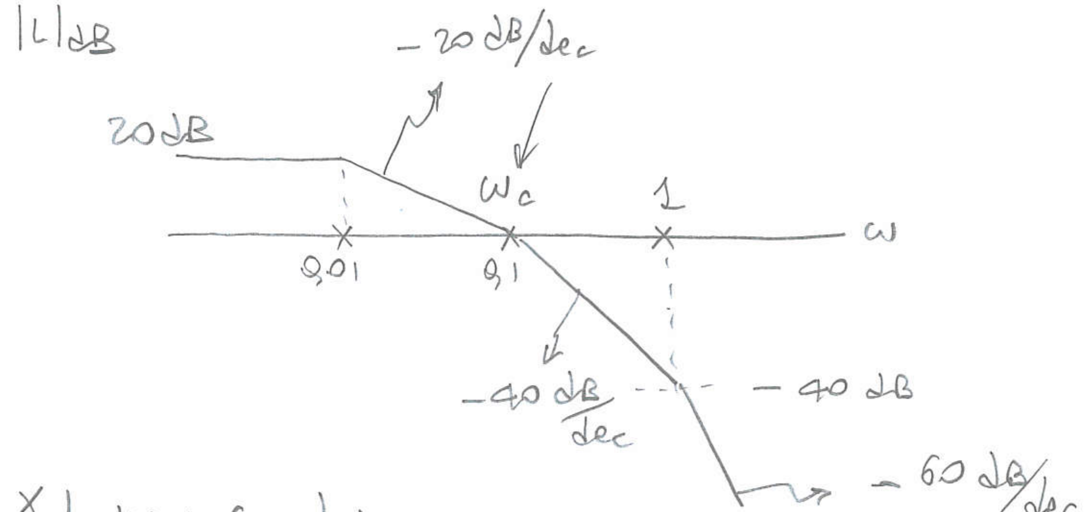


$\varphi_m = \pi - |\varphi_c|$

$\varphi_m = \pi/4 \Rightarrow |\varphi_c| = \frac{3}{4}\pi \rightarrow \varphi_c = -\frac{3}{4}\pi \Rightarrow \omega_c = 0{,}1$

Dato che in $\omega_c = 0{,}1$ il $|L|_{dB}$ vale 40 dB $\Rightarrow$ devo abbassare il grafico di $|L|_{dB}$ di 40dB

Pertanto $\mu = 0{,}01 \rightarrow L = \frac{10}{(1+s)(1+10s)(1+100s)}$



$\measuredangle L$ non cambia

$|L|_{dB} \cap !\ 0dB$
L non ha poli a $\mathrm{Re}>0$ $\xrightarrow{\text{BODE}}$ $\left.\begin{matrix}\mu > 0 \\ \varphi_m > 0\end{matrix}\right\} \Rightarrow$ A.S. Inoltre $\varphi_m = \pi/4$

b) $E(s) = \frac{1}{1+L(s)} W(s)$

$w(t) = \bar{W} \Rightarrow e_\infty^w = \bar{W} \cdot \frac{1}{1+L(0)} = \bar{W} \cdot \frac{1}{11}$

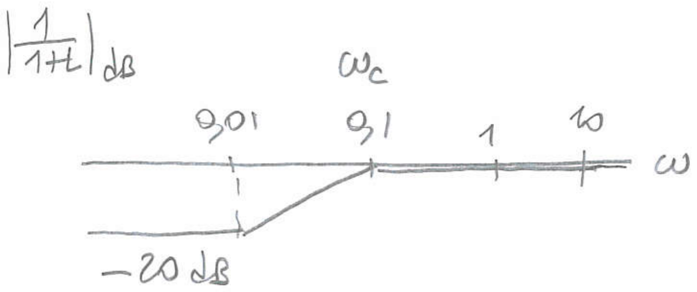
c) $BP \simeq (0, \omega_c) = (0\ 0.1)$

$T_a = \frac{5}{\omega_c} = \frac{5}{0{,}1} = 50$

d) $E(s) = -\dfrac{1}{1+L(s)} D(s)$

$$e_\infty^d = 5 \left| \frac{1}{1+L} \right|_{s=10i} \operatorname{sen}(10t + \varphi)$$

$$\left| \frac{1}{1+L} \right|_{dB} \simeq \begin{cases} -|L|_{dB} & \omega < \omega_c \\ 0 \text{ dB} & \omega > \omega_c \end{cases}$$



$$\Rightarrow \left| \frac{1}{1+L} \right|_{dB}^{s=10i} = 0 \text{ dB}$$

$$\downarrow$$

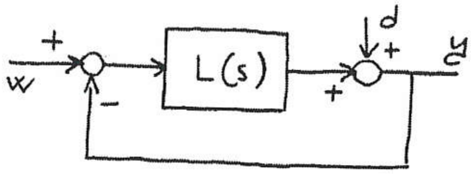
$$\left| \frac{1}{1+L} \right|_{s=10i} = 1$$

NOTA: Il disturbo non è attenuato dal sistema di controllo poiché "fuori banda"
$\omega = 10 > \omega_c = 0{,}1$

$$e_\infty^d = 5 \operatorname{sen}(10t + \varphi)$$

Il sistema di controllo in figura ha la seguente funzione di trasferimento d'anello:

$$L(s) = \frac{10\mu(1+s\tau)}{s(1+s)(1+10s)}$$



a) Studiare la stabilità del sistema di controllo nel caso $\mu = 1$, $\tau = 0$, verificando che è instabile.

b) Determinare una coppia μ, τ che renda il sistema di controllo asintoticamente stabile, con margine di fase di almeno 45 gradi (si consiglia di usare lo zero per cancellare uno dei poli della $L(s)$).

c) Per i valori di μ, τ proposti al punto b), determinare la banda passante del sistema di controllo; il tempo di risposta; l'errore a regime a fronte di riferimento e disturbo costante.

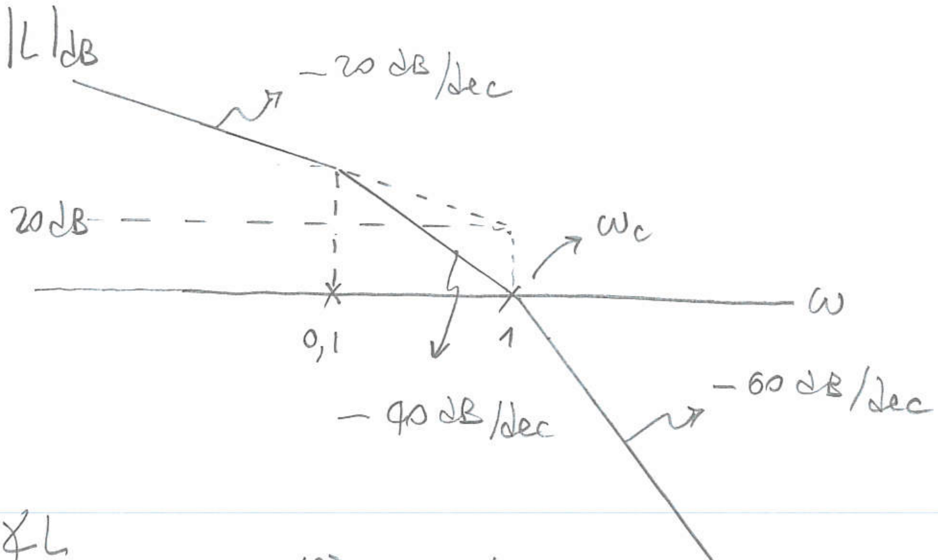
---

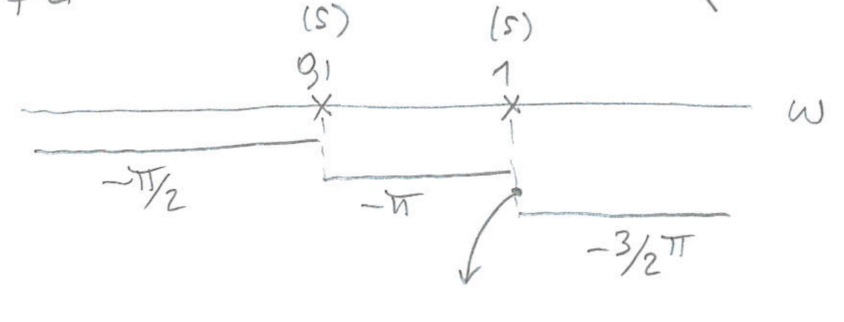
a) $L = \dfrac{10}{s(1+s)(1+10s)}$

$\mu = 10 \rightarrow \mu_{dB} = 20\,dB$

1 polo nell'origine

|poli| in 0,1 e 1 $\rightarrow$ stabili





$\varphi_c \simeq -\frac{5}{4}\pi$

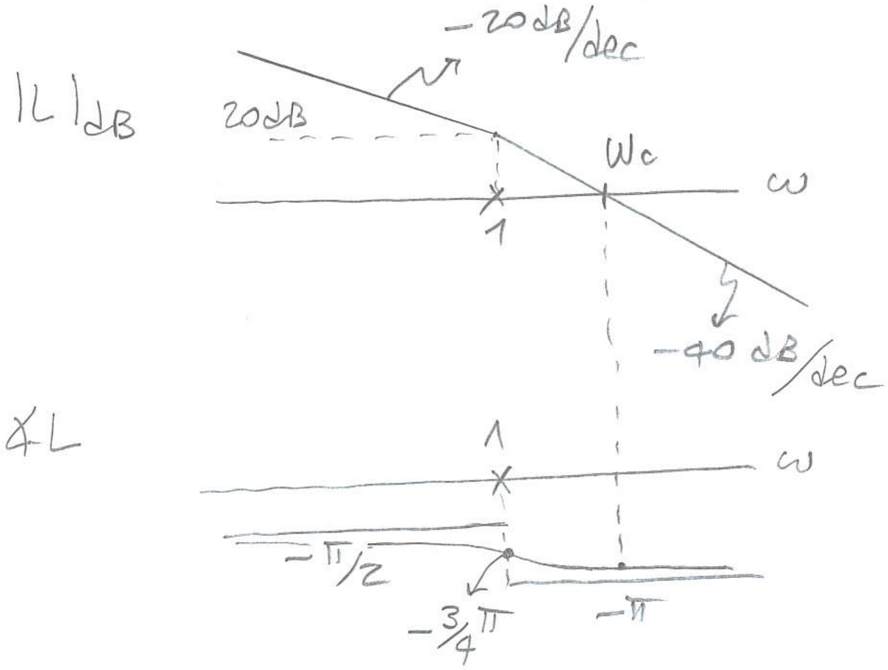
$\varphi_m = \pi - |\varphi_c| = -\frac{\pi}{4}$

$|L|_{dB} \cap ! \; 0\,dB$

L non ha poli a $\mathrm{Re} > 0$ $\xrightarrow{\text{BODE}}$ $\left.\begin{array}{l}\mu > 0 \\ \varphi_m < 0\end{array}\right\} \Rightarrow$ INST

b) Pongo $\tau_b = 10$ ⇒ lo zero cancella il polo a frequenza più bassa (la fase aumenta)

Suppongo $\mu = 1 \rightarrow L = \dfrac{10}{s(1+s)}$



$|\varphi_c| \simeq \pi$ e $\varphi_m \simeq 0$ (pur rimanendo positivo)

Affinché $\varphi_m = \pi/4 \Rightarrow |\varphi_c| = \frac{3}{4}\pi \rightarrow \varphi_c = -\frac{3}{4}\pi$

$\Rightarrow \omega_c = 1$

Devo quindi abbassare il grafico di $|L|_{dB}$ di $20\,dB \Rightarrow \mu = 0{,}1$

$$L = \frac{1}{s(1+s)}$$

Banalmente con Bode si dimostra l'A.S., mentre, per costruzione, $\varphi_m = \pi/4$.

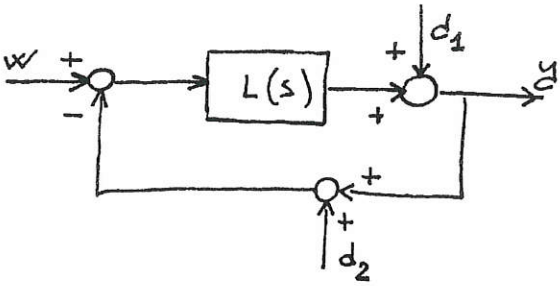
c) $BP = (0, \omega_c) = (0, 1)$

$$T_{R1} = \frac{5}{\omega_c} = \frac{5}{1} = 5$$

Poiché L è di tipo 1 (ha 1 polo nell'origine), l'errore a regime a fronte di ingressi costanti è nullo.

Il sistema di controllo in figura ha la seguente funzione di trasferimento d'anello:

$$L(s) = \frac{100\mu}{s(1+s)(1+10s)}$$



a) Studiare la stabilità del sistema di controllo nel caso $\mu = 1$, verificando che è instabile.

b) Determinare un valore del coefficiente $\mu > 0$ che renda il sistema di controllo asintoticamente stabile, con margine di fase di circa 45 gradi.

Con il valore di μ proposto al punto b):

c) Determinare la banda passante del sistema di controllo e stimare il tempo di risposta.

d) Calcolare l'errore a regime complessivo dovuto ai tre ingressi $w(t) = 100$, $d_1(t) = 10\sin(0.01t)$, $d_2(t) = 5$.

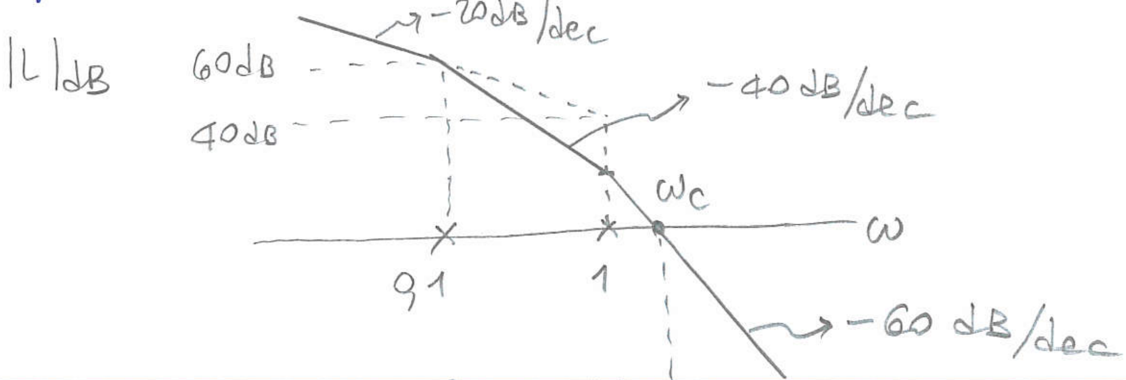
---

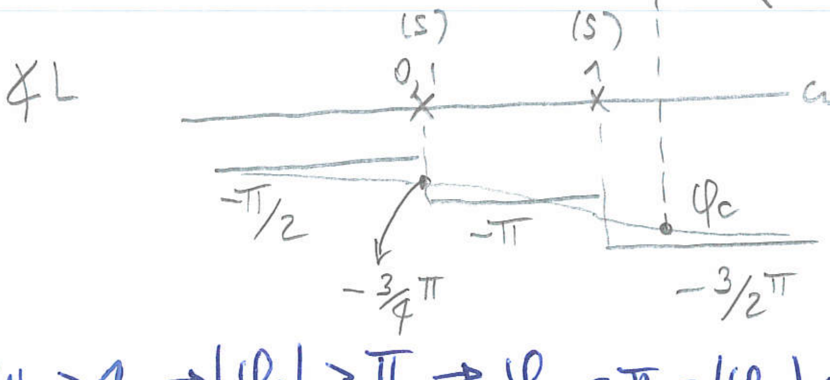
a) $L = \dfrac{100}{s(1+s)(1+10s)}$

$\mu = 100 \rightarrow \mu_{dB} = 40$ dB

polo nell'origine

$|$poli$|$ in 0,1 e 1 → stabili





$\omega_c > 1 \rightarrow |\varphi_c| > \pi \rightarrow \varphi_m = \pi - |\varphi_c| < 0$

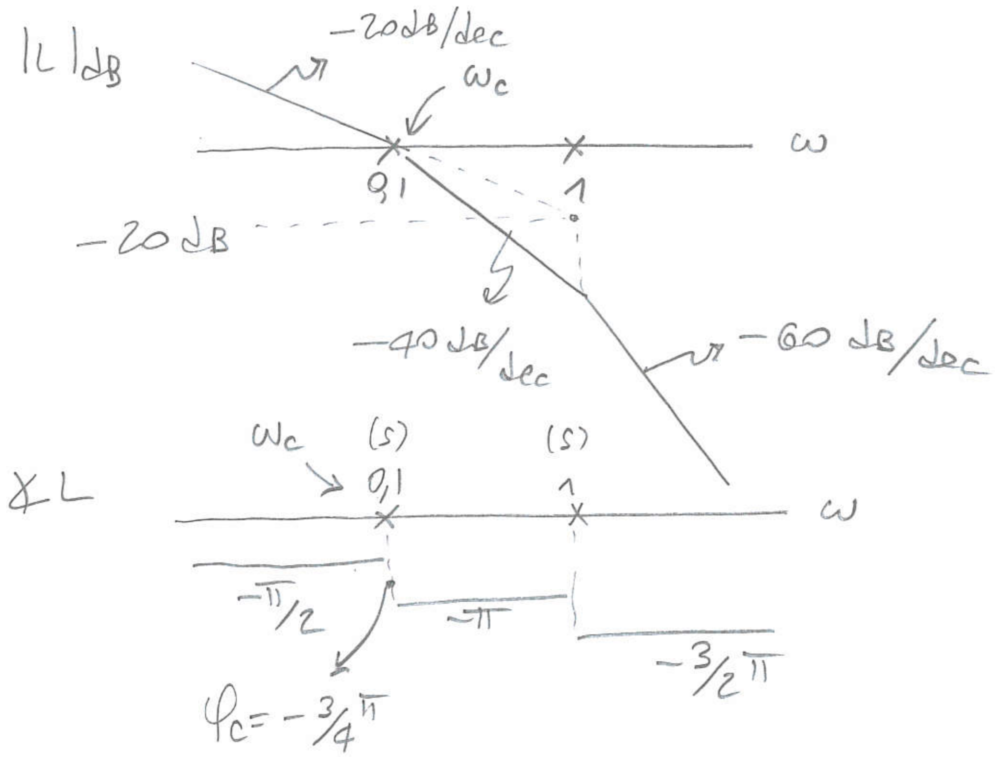
$|L|_{dB} \cap ! \, 0dB$

L non ha poli a $\mathrm{Re} > 0$ $\xrightarrow{\text{BODE}}$ $\left.\begin{array}{l} \mu > 0 \\ \varphi_m < 0 \end{array}\right\} \to$ INST

b) $\varphi_m = \pi/4 \to |\varphi_c| = \frac{3}{4}\pi \to \varphi_c = -\frac{3}{4}\pi \to \omega_c = 0{,}1$

Devo pertanto abbassare il diagramma di $|L|_{dB}$ di 60 dB $\Rightarrow \mu = 10^{-3}$ e

$$L = \frac{0{,}1}{s(1+s)(1+10s)}$$ (0,1 in dB → −20 dB)



Facilmente si verifica l'A.S. con $\varphi_m = \pi/4$

c) $BP \simeq (0, \omega_c) = (0, 0.1)$ $\quad T_R = \frac{5}{\omega_c} = \frac{5}{0{,}1} = 50$

d) $e_\infty = e_\infty^w + e_\infty^{d_1} + e_\infty^{d_2}$

Cerco le f.d.t. da w, d_1 e d_2 all'errore e.

$$y = d_1 + L\left[w - (d_2 + y)\right]$$

$$y = d_1 + Lw - Ld_2 - Ly$$

$$(1+L)\,y = Lw + d_1 - Ld_2$$

$$y = \frac{L}{1+L}w + \frac{1}{1+L}d_1 - \frac{L}{1+L}d_2$$

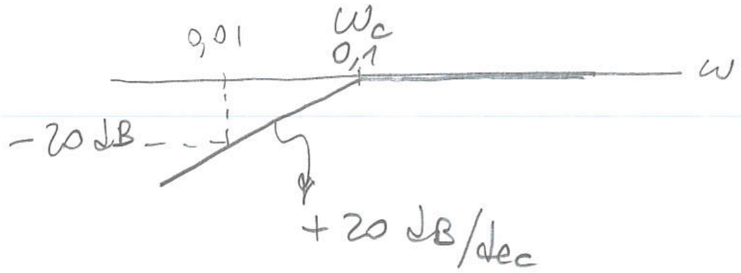
$$e = w - y \rightarrow e = w - \frac{L}{1+L}w - \frac{1}{1+L}d_1 + \frac{L}{1+L}d_2$$

$$\boxed{e = \frac{1}{1+L}w - \frac{1}{1+L}d_1 + \frac{L}{1+L}d_2}$$

- $w \rightarrow e$ $\quad W = 100$, L è di tipo 1 $\Rightarrow e_\infty^{w} = 0$

- $d_1 \rightarrow e$ $\quad e_\infty^{d_1} = \left|\frac{1}{1+L}\right|_{s=0{,}01i} \cdot 10 \,\mathrm{sen}(0{,}01t + \varphi)$

$\left|\frac{1}{1+L}\right|_{dB}$



$\Rightarrow e_\infty^{d_1} = \mathrm{sen}(0{,}01t+\varphi)$

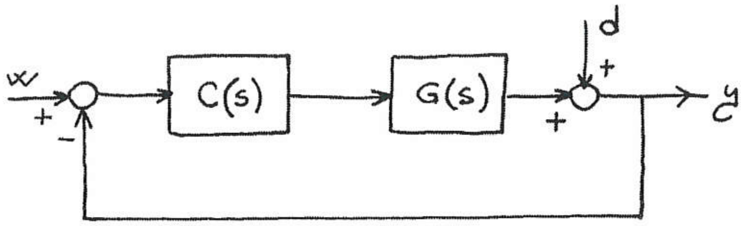
$$\frac{0{,}1}{s(1+s)(1+10s)+0{,}1} \xrightarrow[s\to 0]{} \frac{0{,}1}{0{,}1} = 1$$

- $d_2 \rightarrow e$ $\quad e_\infty^{d_2} = \lim_{s\to 0} \cancel{s} \cdot \frac{5}{\cancel{s}} \cdot \frac{L(s)}{1+L(s)} = 5$

$$\Rightarrow e_\infty = \mathrm{sen}(0{,}01t+\varphi) + 5$$

Si consideri il sistema di controllo in figura, in cui

$$G(s)=\frac{0.1}{(1+100s)(1+0.1s)(1+s)}.$$



a) Determinare un controllore $C(s)$, con esattamente 1 polo e 1 zero, tale che:
- il sistema di controllo sia esternamente stabile;
- l'errore a transitorio esaurito dovuto al riferimento costante sia nullo;
- il tempo di risposta sia (approssimativamente) pari a 5.

b) Per il sistema di controllo così ottenuto, calcolare il margine di fase e la banda passante.

c) Determinare l'errore a transitorio esaurito dovuto al disturbo $d(t) = 10 + sin(0.01t)$.

---

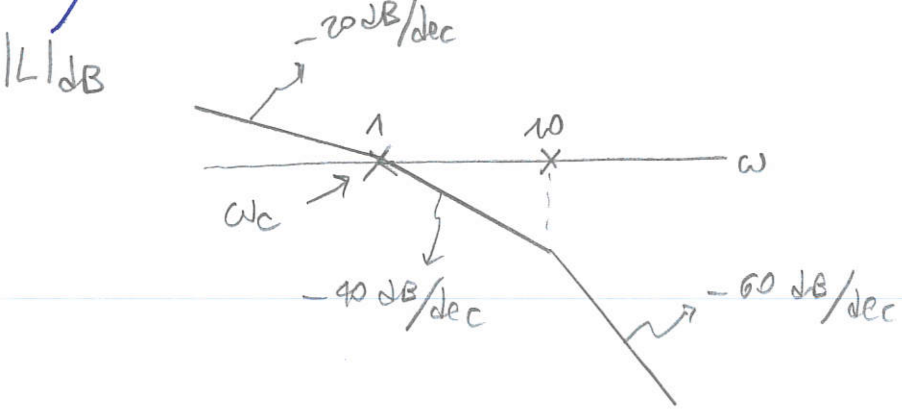
a) Per soddisfare il secondo requisito è necessario che $C(s)$ abbia un polo in $s=0$ (tipo $g=1$). Quindi:

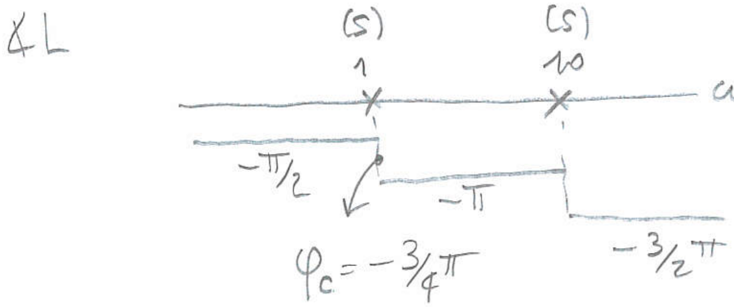
$$C(s)=\frac{\mu}{s}(1+s\tau)$$

Con $\tau=100$ elimino il polo in bassa frequenza di G (la fase aumenta) e si ottiene

$$L(s)=\frac{0.1\mu}{s(1+s)(1+0.1s)}$$

Per $\mu=10$:





$$\varphi_m=\pi-|\varphi_c|\cong\pi/4>0$$

$\omega_c = 1 \to T_R = \frac{5}{\omega_c} = 5$ ⇝ terzo requisito

$$\left.\begin{array}{l}|L|_{dB} \cap!\ 0\,dB \\ L \text{ non ha poli a } Re>0\end{array}\right| \xrightarrow{\text{BODE}} \left.\begin{array}{l}\mu>0 \\ \varphi_m>0\end{array}\right\} \Rightarrow \text{A.S}$$ ⇝ primo requisito

b) $BP \simeq (0, \omega_c) = (0,1)$

$\varphi_m \simeq \pi/4$ ⇝ In modo esatto si ha:

$$\varphi_c = \angle L(i\omega_c) = -\pi/2 - \frac{\pi}{4} - \operatorname{arctg} 0{,}1 \simeq -2{,}455$$

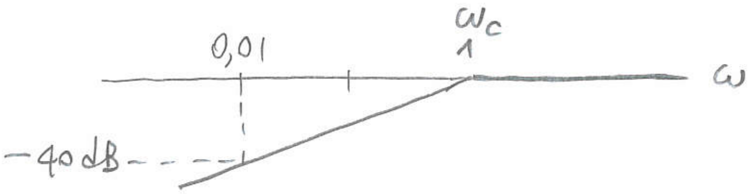
$$\varphi_m = \pi - |\varphi_c| \simeq 0{,}685 \text{ rad} \simeq 39^\circ$$

c) $g = 1 \to$ la componente costante di d genera errore nullo

$$\Rightarrow e_\infty(t) = \left|\frac{1}{1+L}\right|_{s=0{,}01i} \operatorname{sen}(0{,}01t+\varphi)$$

$0{,}01 < \omega_c = 1$

Il disturbo è "in banda" e viene attenuato dal sistema di controllo



$$\left|\frac{1}{1+L}\right|^{dB}_{s=0{,}01i} = -40\,dB \to \left|\frac{1}{1+L}\right|_{s=0{,}01i} = 0{,}01$$

$$e_\infty(t) = 0{,}01 \operatorname{sen}(0{,}01t+\varphi)$$