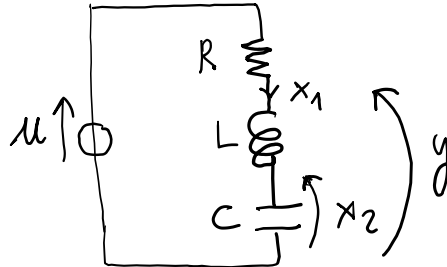


Filtro notch - Filtro elimina banda

Un filtro elimina banda (o filtro notch) è un filtro che non permette il passaggio di frequenze in un dato intervallo, attenuando segnali con frequenze di ingresso in un intervallo molto ristretto di valori.

Una possibile realizzazione di un filtro elimina banda mediante un circuito RLC è la seguente



Le equazioni di stato e di uscita che caratterizzano il circuito sono:

$$\dot{x}_1 = \frac{1}{L}(u - Rx_1 - x_2)$$

$$\dot{x}_2 = \frac{1}{C}x_1$$

$$y = u - Rx_1$$

da cui si ricava la funzione di trasferimento $G(s) = \frac{s^2 + \frac{1}{LC}}{s^2 + \frac{R}{L}s + \frac{1}{LC}}$

Se i poli del sistema sono complessi coniugati ($\frac{R^2}{L^2} - \frac{4}{LC} < 0$) e con smorzamento ($\xi = \frac{R}{2}\sqrt{\frac{L}{C}}$) sufficientemente piccolo, si ottiene una pulsazione di risonanza circa pari a $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ (frequenza $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$). Così facendo, il diagramma di Bode del modulo della funzione di trasferimento presenta un minimo pronunciato in corrispondenza della pulsazione di risonanza.

Essendo $|G(i\omega)|_{MAX} = 1$, gli estremi della banda passante del sistema si ottengono imponendo che il modulo della funzione di trasferimento sia pari a $\frac{1}{\sqrt{2}}$

$$B = \left\{ \omega: \frac{|G(i\omega)|_{MAX}}{\sqrt{2}} \leq |G(i\omega)| \leq |G(i\omega)|_{MAX} \right\} = \left\{ \omega: \frac{1}{\sqrt{2}} \leq |G(i\omega)| \leq 1 \right\} = (\omega_1, \omega_2)$$

A conti fatti, l'ampiezza della banda “non” passante $\Delta B = (\omega_2 - \omega_1)$ è pari a $\frac{R}{2\pi L}$.

Volendo, ad esempio, creare un filtro notch che elimini una banda di ampiezza 200 Hz in prossimità della frequenza pari a 1000 Hz, occorrerà fissare per il sistema dato una frequenza di risonanza f_0 a 1000 Hz con un'ampiezza di banda pari a 200 Hz. Pertanto, si ha:

$$\omega_0 = 2\pi f_0 \sim 6280 \text{ rad/s}$$

$$\Delta B = 2\pi \cdot 200 \sim 1257 \text{ rad/s}$$

Fissando ad esempio il valore di L pari al valore di C ($L = C$), essendo

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \rightarrow \omega_0 = \frac{1}{L} \rightarrow L = \frac{1}{\omega_0^2}$$

si ottiene

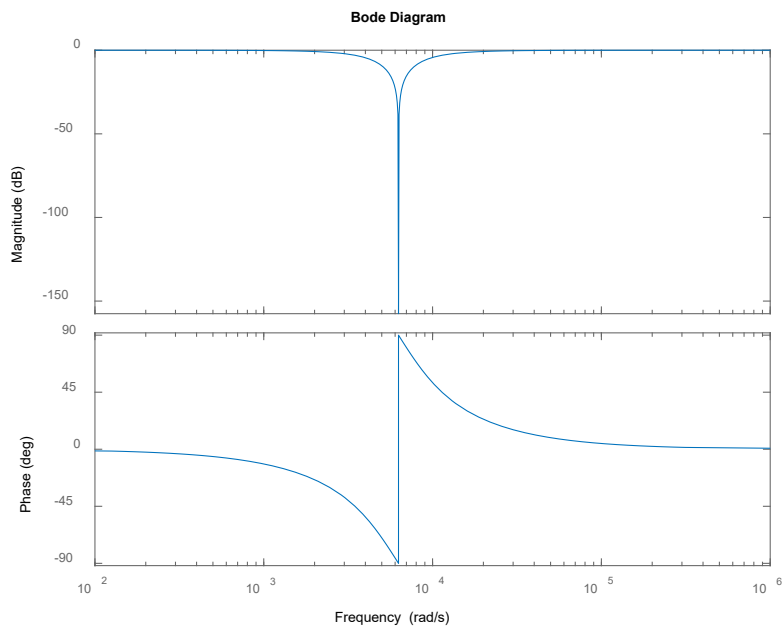
$$L \sim 1.59 \cdot 10^{-4} \text{ H} \quad C \sim 1.59 \cdot 10^{-4} \text{ F}$$

Inoltre $\Delta B = \frac{R}{2\pi L} \rightarrow R = 2\pi L \Delta B \sim 1.2566 \Omega$.

I diagrammi di Bode di $G(s)$ sono mostrati in figura.

```
f0=1000; deltaf0=200;
w0=2*pi*f0;
deltaB=2*pi*deltaf0;
L=1/w0; C=L; R=2*pi*L*deltaB;

A=[-R/L -1/L; 1/C 0];
b=[1/L 0]';
c=[-R 0];
d=1;
[NUM,DEN]=ss2tf(A,b,c,d);
filtro=tf(NUM,DEN);
bode(filtro); xlim([10^2 10^6]);
```



Segnali in ingresso con basse e alte pulsazioni non vengono filtrati (passano praticamente inalterati). Sono invece filtrati i segnali di ingresso con pulsazioni intermedie, prossime cioè a $\omega_0 \sim 6280 \text{ rad/s} \rightarrow f_0 \sim 1000 \text{ Hz}$.

Il file `sweep_notch.m` dimostra tutto ciò mediante i seguenti esperimenti:

- . un segnale sonoro in ingresso a frequenza variabile produce in uscita un segnale la cui intensità sonora varia con la frequenza. In particolare, si sente un “buco” per valori intermedi di frequenze
- . un segnale sonoro a bassa o alta frequenza passa inalterato
- . un segnale sonoro a frequenza intermedia viene filtrato

<https://youtu.be/Z0iN9aEdX0c>

dal minuto 3:40

suono con segnale in alta (rumore) e bassa (voce) frequenza

Il filtro può essere calibrato (si può cioè calibrare la banda filtrata).

Attivando il filtro: si “arrestano” le frequenze alte (il rumore) e si sente bene il suono in bassa frequenza (la voce).